

## کنترل تطبیقی سیستم‌های غیرخطی تاخیر دار با در نظر گرفتن محدودیت‌های خروجی

فاطمه محمدزمانی<sup>۱</sup> - مهناز هاشمی<sup>۲،۴</sup> - غضنفر شاه‌غلیان<sup>۳،۴</sup>

(۱) دانش‌آموخته کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

(۲) استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

(۳) دانشیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

(۴) مرکز تحقیقاتی ریز شبکه‌های هوشمند، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۶/۲۹

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۷

**خلاصه:** کنترل سیستم‌ها در فرآیندهای صنعتی در معرض مشکلاتی مثل وجود محدودیت بر سیگنال‌های سیستم، نامعینی پارامترها، تأخیر زمانی و عیب عملگرها هستند. طراحی کنترل کننده‌ای که بتواند در ضمن ارضای قیود، سیستم را کنترل، با این اثرات مقابله و آن‌ها را جبران کند، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. از سوی دیگر، مسئله تأخیر زمانی تا حدی جدی و تاثیر گذار است، که قادر است سیستم را ناپایدار کرده و فرآیند را دچار اختلال کند. بسیاری از ادوات موجود در سیستم‌ها همچون حسگرها و عملگرها ممکن است دچار عیب شوند که در این میان، عیوب عملگر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. نکته‌ی حائز اهمیت این است که، هر کدام از موارد فوق و یا حتی پارامترهای سیستم ممکن است نامعین باشند. شناسایی، تخمین و رفع اثرات مخرب مشکلات ذکر شده بر عهده کنترل کننده‌ی سیستم است. در این مقاله روش کنترلی پیشنهادی برای سیستم‌های غیرخطی در حضور نامعینی پارامتری، تاخیر و عیوب نامعین در عملگرها است و هیچ نیازی به کران پارامترها، تاخیرها و عیب عملگر، در صورت به اشباع نرفتن سیستم، ندارد. این روش تطبیقی قادر است کران‌داری کلی تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته و همگرایی خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک حول مبدا را تضمین کند. در انتها نتایج شبیه‌سازی کارایی روش کنترلی ارائه شده را نشان می‌دهند.

**کلمات کلیدی:** قیود خروجی، سیستم‌های غیرخطی تاخیردار، کنترل تطبیقی، پارامترهای نامعین.

## Adaptive Control of Nonlinear Time Delay Systems in the Presence of Output Constraints

Fatemeh Mohammadzamani<sup>(1)</sup>, Mahnaz Hashemi<sup>(2,4)</sup>, Ghazanfar Shahgholian<sup>(3,4)</sup>

(1) Ms.C., Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

fmohammadzamani@yahoo.com

(2) Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

mahnazhashemi100@gmail.com

(3) Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

shahgholiani@gmail.com

(4) Smart Microgrid Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

**Abstract:** Controlling systems in industrial processes are subject to problems such as the limitation of system signals, the uncertainties of parameters, the time delay and the failure of actuators. The design of the controller, which can satisfy the constraints, counteract and omit these effects, has attracted much attention. On the other hand, the issue of time delay is so serious and effective, which can make the system unstable and disrupt the process. Many of the devices in the systems, such as sensors and actuators, may be defective. The important thing is that any of the above or even system parameters may be uncertain. Identifying, estimating and fixing the destructive effects of the problems mentioned by the controller of the system. The proposed method of control for nonlinear systems in the presence of an uncertain parameters, delay and faults in actuators. There is no need to limit the parameters, delays, and fault of the actuators. This comparative method is capable of guaranteeing the overall boundary of all closed-loop system signals and the convergence of tracking errors to a small neighborhood around the origin. At the end, the simulation results show the effectiveness of the proposed control method.

**Index Terms:** Output constraints, Nonlinear time delay systems, Adaptive control, Uncertain parameters, Actuator faults

## ۱- مقدمه

امروزه مسئله‌ی بررسی محدودیت‌ها و کنترل سیستم در حضور این محدودیت‌ها و قیود، از مسائل مهم و پرکاربرد در پژوهش‌های نظری و فعالیت‌های عملی است [۲۰]. برای کنترل سیستم‌های خطی مقید تحقیق‌های فراوانی انجام شده است. یکی از کنترل‌کننده‌های ارائه شده پرکاربرد، روش مبتنی بر کنترل‌کننده‌ی پیش بین مدل<sup>۱</sup> (MPC) است [۴،۳]. در این کنترل‌کننده ابتدا MPC داخلی تعقیب تغییرات کنترل‌شده را در غیاب قیود ضمانت می‌کند، سپس قانون استاتیک غیرخطی خارجی با وجود قیود، سیگنال مرجع را اصلاح کرده و آن را به بخش داخلی می‌رساند [۵]. روش دیگر، کنترل پیش‌بین صریح<sup>۲</sup> (EMPC) است که محاسبات را به سمت محاسبه آفلاین برده و قادر است تا MPC را در زمان واقعی برای بازه بزرگی از سیستم‌های سریع انجام دهد [۶]. همچنین رویکردهای متفاوت دیگری همچون یافتن ماکزیمم خروجی مجاز برای سیستم‌های پیوسته و گسسته زمان مقید به قیود کنترل و حالت به کار گرفته شده‌اند [۷]. روش دیگر توسعه الگوریتمی برای مشخص کردن قانون کنترل فیدبک حالت و محاسبه کنترل بهینه به صورت آنلاین است که باعث کمینه کردن معیار کارایی توان دوم می‌گردد [۸]. یک روش کنترل افق دورشونده تصادفی بر پایه بهینه‌سازی آنلاین در مقاله [۹] ارائه شده که از فیدبک حلقه باز استفاده کرده و به عنوان یک مسئله برنامه ریزی غیرمعیین حل می‌شود. همچنین، کنترل سیستم‌های غیرخطی در حضور قیود توجه زیادی را به خود جلب نموده‌اند که می‌توان به روش کنترل پیش‌بین [۱۰] و تبدیل خطا [۱۱] اشاره کرد. در مقاله [۱۲] یک الگوریتم یکسانی تطبیقی برای سیستم‌های چندعاملی با قیود حالت نامتقارن متغیر با زمان ارائه شده که در آن تخمین پارامترهای نامعین به صورت آنلاین به وسیله شبکه عصبی انجام می‌شود. در مقاله [۱۳] برای کنترل قیود ورودی کنترل‌کننده مقاومی طراحی شده که بر مبنای یادگیرنده کمکی عمل می‌کند. سپس مسئله کنترل مقاوم به مسئله کنترل بهینه مقید تبدیل شده و توابع مقدار مناسب برای سیستم نامی انتخاب می‌شود. برای دسته‌ای از سیستم‌های چندعاملی غیرخطی فیدبک درست، کنترل محدودشده فازی تطبیقی توزیع یافته پیشنهاد شده است. در این رویکرد ورودی‌های کنترلی بوسیله کوانتیزه کننده‌های هیستریزس کوانتیزه شده و قیود ردیابی اقلان شده‌اند [۱۴].

اخیراً، استفاده از تابع مانع لیاپانوف<sup>۳</sup> (BLF) برای سیستم‌های غیر خطی مقید پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۵] از این تابع در کنترل شبکه عصبی تطبیقی برای بازوی ربات استفاده شده است. در مرجع [۱۶] هم از همین روش برای کنترل ربات‌های نامعین استفاده شده است. در حقیقت انتخاب BLF مناسب برپایه‌ی طراحی کنترل تطبیقی، می‌تواند باعث تخمین و کنترل پارامترهای نامعین شود. در مرجع [۱۷] برای روبرو شدن با نامعینی‌های این سیستم‌ها، از شبکه‌های عصبی و الگوریتم فازی استفاده شده است. همچنین بوسیله‌ی

BLF تغییر پذیر با زمان، قیود متغیر با زمان را نیز می‌توان کنترل نمود [۱۸].

مسئله‌ی دیگری که طراحی کنترل‌کننده را با چالش روبرو می‌کند مسئله تاخیر است که می‌تواند منجر به ناپایداری و یا عملکرد نامناسب در سیستم‌ها شود [۱۹]. یکی از مشکلات اصلی طراحی سیستم‌های تاخیردار نامعین بودن مقدار تاخیر است. رویکردهای مختلفی برای روبرو شدن با تاخیر هم در سیستم‌های خطی و هم سیستم‌های غیرخطی صورت گرفته است. در پژوهش‌های صورت گرفته برای سیستم‌های خطی تاخیردار می‌توان به استفاده از ماتریس نابرابری خطی<sup>۴</sup> (LMI) به طور گسترده اشاره کرد. برای مثال، به کارگیری این رویکرد در روش توصیفگر سیستم برای کنترل  $H_\infty$  فیدبک خروجی [۲۰] و یا کنترل هزینه تضمین شده [۲۱] انجام شده است. از مطالعات انجام شده در مورد سیستم‌های غیرخطی تاخیردار، می‌توان به مقاله [۲۲] اشاره کرد که در آن، استفاده از کنترل تطبیقی بر مبنای سوئیچینگ برای سیستم‌های غیرخطی تاخیردار عمل از راه دور انجام گرفته است. در مرجع [۲۳] تحلیل و ترکیب سیستم‌های غیرخطی با استفاده از رویکرد فازی انجام شده است و تمام نتایج بوسیله LMI توصیف شده‌اند. از دیگر روش‌ها، طراحی کنترل‌کننده ردیابی عصبی تطبیقی برای این نوع از سیستم‌ها با چند ورودی و چند خروجی صورت پذیرفته است [۲۴]. برای جبران‌سازی تاخیر در سیستم‌های دارای تاخیرهای کوچک، از روش تبدیل مدل استفاده می‌شود، به این صورت که سیستم به سیستم تاخیردار گسسته تبدیل می‌شود [۲۵]. در برخی از بررسی‌های انجام شده، کنترل‌کننده، وابسته به تاخیر است [۲۶]، ولی در برخی موارد انتخاب تابع لیاپانوف مناسب و اعمال آن به سیستم، می‌تواند منجر به استقلال کنترل‌کننده از تاخیر شود [۲۷]. اجزاء سیستم‌ها در محیط‌های صنعتی غالباً به دلیل شرایط سخت و آلودگی‌های موجود در محیط کار ممکن است دچار کاهش کارایی مورد انتظار و یا خرابی شوند [۲۸]. یکی از مهم‌ترین ادواتی که ممکن است دچار مشکل شود، محرک‌ها هستند که بروز مشکل در آن‌ها می‌تواند منجر به عملکرد نامطلوب سیستم و یا حتی ناپایداری شود. لذا طراحی کنترل‌کننده با در نظر گرفتن احتمال وقوع عیب در عملگرها مستلزم توجه ویژه‌ای است، به نحوی که بتواند تأثیرات ناشی از این عیوب بر سیستم را جبران کند. همچنین عیوب حتی می‌توانند سیستم را به اشباع برده و باعث ناپایداری آن شوند [۲۹]. از شایع‌ترین مشکلاتی که برای محرک‌ها رخ می‌دهد، می‌توان به عیب‌های کاهش کارایی محرک<sup>۵</sup> (LOE) اشاره کرد. تلاش‌های فراوانی برای جبران‌سازی عیب در مورد سیستم‌های خطی انجام شده است. برای این نوع سیستم‌ها که دارای پارامترهای متغیر هستند، در مقاله [۳۰] جبران‌سازی عیوب مقاوم از طریق مشاهده‌گر یادگیرنده صورت گرفته است. همچنین مقاله [۳۱] با طراحی کنترل‌کننده فیدبک مقاوم، به کنترل این سیستم‌ها در حوزه فرکانس محدود پرداخته است. برای سیستم‌های خطی چند عاملی در حضور عیوب محرک‌ها، می‌توان به ترتیب، به

این مقاله به طراحی کنترل‌کننده‌ای می‌پردازد که بتواند سیستم‌های غیرخطی تاخیردار با فیدبک اکید را در حالی کنترل کند که قیود سیستم ارضا شوند؛ اثرات تاخیر بر سیستم برطرف شود؛ نامعینی‌های سیستم تخمین زده شوند؛ عیب کاهش کارایی رخ داده بر محرک‌های سیستم، به شرط اشباع نشدن ورودی برطرف شده و اثرات ناشی از آن جبران شود؛ سیستم در عین پایدار ماندن در طول عملکرد خود در مدت زمان قابل قبولی به پاسخ مورد نظر و خواست مسئله رسیده و خروجی مطلوب را دنبال کند. در این میان، امکان متغیر با زمان بودن تاخیر و عدم وجود الزام خاصی برای کران‌دار بودن مقدار تاخیر از مزایای پژوهش انجام شده است. همچنین کنترل‌کننده قادر است اثرات ناشی از عیب‌های وارده به محرک را در هر زمانی برطرف و جبران کند. نکات برجسته مقاله بشرح زیر است:

۱- مسئله کنترل برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی تاخیردار در حضور قیود خروجی نامتقارن متغیر با زمان بررسی شده است. ۲- عیب در نظر گرفته شده، به‌صورت عیب کاهش کارایی می‌باشد که در عین حال، ورودی سیستم را اشباع نمی‌کند. ۳- تاخیرهای سیستم و زمان رخداد آن‌ها، نامعین و بدون محدودیت می‌باشند. ۴- با روش ارائه شده کلیه نامعینی‌های سیستم اعم از تاخیر، عیب، الگوی وقوع عیب، زمان وقوع عیب و یا نامعینی‌های پارامتری سیستم جبران می‌شوند. ۵- توابع لیاپانوف انتخاب شده به‌گونه‌ای در نظر گرفته شده اند که بتوانند تاثیرات ناشی از تاخیر و عیب را برطرف نمایند. همچنین با طراحی BLF نامتقارن مستقل از زمان، قیود نامتقارن خروجی ارضا شده و سیگنال خروجی، سیگنال مرجع را در محدوده مطلوب ردیابی می‌کند. خطای ردیابی نیز در حد قابل قبولی باقی مانده و از حد مطلوب تجاوز نمی‌کند. ۶- پایداری تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته و کران‌داری خطا در باند مطلوب خواسته شده برقرار است.

مقاله بر طبق چارچوب زیر ارائه شده است. در بخش دوم مقاله، به بیان مسئله و توصیف سیستم غیرخطی تاخیر دار فیدبک اکید در حضور قیود خروجی متغیر با زمان پرداخته شده، همچنین فرض‌های مورد نیاز نیز ارائه خواهد شد. در بخش سوم، طراحی و تحلیل یک کنترل‌کننده بر مبنای تابع مانع لیاپانوف ارائه خواهد شد، که برجستگی و توانایی کنترل‌کننده را در حذف تاخیرهای وارده به سیستم در حضور وقوع عیب درحین ارضای قیود خروجی خواسته شده نشان داده خواهد شد. در بخش چهارم نتایج مسئله و کارایی رویکرد پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی با نرم افزار متلب می‌پردازد. در انتها، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری این پژوهش مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## ۲- فرمول‌های مسئله و مقدمات

سیستم غیرخطی فیدبک اکید توصیف شده با معادله‌های زیر را در نظر بگیرید.

کنترل توافقی بر مبنای مشاهده‌گر و تنظیم خروجی تطبیقی تعاونی اشاره کرد [۳۳،۳۲]. در مورد سیستم‌های غیرخطی نیز روش‌های موثری معرفی شده‌اند [۳۵،۳۴]. در مرجع [۳۶] روش کنترل تحمل-کننده عیب و در مرجع [۳۷] کنترل تطبیقی مدل مرجع جبران‌سازی و رفع اثر عیب را عهده‌دار هستند. در مرجع [۳۸]، روش جبران عیب بر اساس کنترل سطح دینامیکی برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی انجام شده است. در مراجع مختلف روش کنترل تطبیقی گام به عقب برای یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی فیدبک اکید در حضور عیب ارائه شده است [۳۹]. عیب بررسی شده در مقاله [۴۰] از نوع کاهش کارایی بوده و سیستم تحت بررسی در این پژوهش، سیستم غیرخطی تاخیردار بوده است. رویکرد استفاده شده در مقالات برای سیستم‌های غیرخطی نامعین پاسخگو بوده و استفاده از شبکه عصبی مبتنی بر کنترل پس‌گام نیز از تلاش‌های انجام شده در این راستا بوده است.

فعالیت‌هایی در حوزه سیستم‌های تاخیرداری که محرک‌های آن‌ها دچار عیب می‌شوند صورت گرفته است. برای مثال، رویکرد کنترل تطبیقی، برای کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین تاخیردار در حضور عیوب محرک به‌کار گرفته شده است. یک جبران‌ساز عیب محرک بر مبنای کنترل پس‌گام طراحی شده و برای تخمین نامعینی‌های توابع غیرخطی از شبکه عصبی استفاده شده است. از مزایای این رویکرد می‌توان به عدم لزوم معین و معلوم بودن پارامترها اشاره کرد [۴۱]. کنترل‌کننده‌های تطبیقی پس‌گام طراحی شده، جبران‌سازهایی هستند که می‌تواند اثرات عیوب نامعین متغیر با زمان را جبران کنند. این مرجع عیب LOE را در نظر گرفته است درحالی تاخیر وارده به سیستم می‌تواند نامعین باشد. مقاله [۴۲] به کنترل سیستم‌های تاخیردار با وجود عیوب محرک، بر مبنای شبکه عصبی تطبیقی پرداخته است. این رویکرد سیستم غیرخطی فیدبک اکید تاخیرداری را کنترل می‌کند که تحت اغتشاش بوده و می‌تواند عیب کاهش کارایی محرک را جبران کند. تاخیر در نظر گرفته شده در این پژوهش متغیر با زمان بوده و باند خاصی برای آن در نظر گرفته نشده است. برخلاف مرجع فوق، تاخیر در نظر گرفته شده برای سیستم مورد مطالعه در مرجع [۴۳] بانددار است. در این پژوهش مسائل آشکارسازی عیب برای سیستم فازی تاکاگی-سوگنور<sup>۶</sup> (T-S) تاخیردار متغیر با زمان در حضور اغتشاش انجام شده است. سیستم در نظر گرفته شده در این پژوهش غیرخطی است ولی با استفاده از قوانین فازی T-S سیستم‌های غیرخطی پیچیده، می‌توانند به زیرسیستم‌های خطی تبدیل شوند و هر قانون فازی در این سیستم، با یک سیستم خطی تاخیردار بیان شود [۴۵،۴۴]. اگرچه فعالیت‌های ذکر شده، رویکردهای مناسبی برای کنترل سیستم‌های غیرخطی تاخیردار در حضور عیوب هستند؛ ولی رویکردی که بتواند به کنترل سیستم‌های غیرخطی مقید تاخیردار پرداخته و در عین حال اثرات ناشی از عیوب رخ داده برای محرک‌ها را جبران و برطرف نماید، هنوز صورت نگرفته است.

$$V_{\theta_i}(t) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i \quad (10)$$

$$V_{U_i}(t) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \int_{t-\tau}^t e^{-\gamma_l(t-\tau_{il})} h_{il}^T(x_i(t)) h_{il}(x_i(t)) d\tau_{il} \quad (11)$$

$$V_k(t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \tilde{k}_j^T \Gamma_j^{-1} \tilde{k}_j \rho_j \quad (12)$$

$p$  عدد صحیح مثبت است بطوریکه  $2p \geq n$  و  $L$  تعداد تاخیرهای رخ داده در هر مرحله را نشان می‌دهد.  $\tilde{\theta}_i$ ، خطای تخمین نامعینی پارامتری  $\theta_i$  بوده،  $\gamma_i$  و  $\Gamma_i$  اعداد ثابت هستند. همچنین پارامتر ثابت نامعین است و  $\tilde{k}_j$  خطای تخمین بوده که پارامتری ثابت است. تعریف خطا به صورت  $z_1 = x_1 - y_d$  و برای مراتب بالاتر به صورت  $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$  ارائه می‌شود. قیود متغیر با زمان به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$k_{a_i}(t) := y_d(t) - \underline{k}_{c_i}(t) \quad (13)$$

$$k_{b_i}(t) := \bar{k}_{c_i}(t) - y_d(t) \quad (14)$$

می‌کنند:  $\bar{k}_{a_i}$ ،  $\underline{k}_{a_i}$ ،  $\bar{k}_{b_i}$  و  $\underline{k}_{b_i}$ ، ثابت‌های مثبت هستند و در روابط زیر صدق می‌کنند:

$$\underline{k}_{b_i} \leq k_{b_i}(t) \leq \bar{k}_{b_i} \quad (15)$$

$$\underline{k}_{a_i} \leq k_{a_i}(t) \leq \bar{k}_{a_i} \quad (16)$$

به وسیله‌ی یک تغییر مختصات خطا پارامترهای  $\xi_a$ ،  $\xi_b$  و  $\xi_c$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\xi_a = \frac{z_1}{k_{a_1}}, \quad \xi_b = \frac{z_1}{k_{b_1}}, \quad \xi_c = q\xi_b + (1-q)\xi_a \quad (17)$$

که تابع  $q$  عبارت است از:

$$q(\bullet) := \begin{cases} 1 & \text{if } \bullet > 0 \\ 0 & \text{if } \bullet \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

که  $\bullet$  می‌تواند هر پارامتر متغیری باشد.

### گام اول:

تابع لیاپانوف به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$V_1(t) = V_{z_1}(t) + 2V_{U_1}(t) + V_{\theta_1}(t) \quad (19)$$

که مشتق آن عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & qM_1[\theta_{f_1}^T f_1(x_1) + \theta_{h_1}^T \sum_{l=1}^L h_{1l}(x_1(t-\tau_{1l}))] \\ & + z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d - z_1 \frac{\dot{k}_{b_1}}{k_{b_1}} + (1-q)M_2 \\ & [\theta_{f_1}^T f_1(x_1) + \theta_{h_1}^T \sum_{l=1}^L h_{1l}(x_1(t-\tau_{1l}))] \\ & + z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d - z_1 \frac{\dot{k}_{a_1}}{k_{a_1}} + \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 \\ & + \sum_{l=1}^L h_{1l}^T(x_1(t)) h_{1l}(x_1(t)) - \sum_{l=1}^L e^{-\gamma_l \tau_{1l}} \\ & h_{1l}^T(x_1(t-\tau_{1l})) h_{1l}(x_1(t-\tau_{1l})) - \gamma_1 V_{U_1}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\dot{x}_i = x_{i+1} + \theta_{f_i}^T f_i(x_i) + \theta_{h_i}^T \sum_{l=1}^L h_{il}(x_i(t-\tau_{il})) \quad (1)$$

$$i=1, 2, \dots, n-1.$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_n = & \theta_{f_n}^T f_n(x_n) + \theta_{h_n}^T \sum_{l=1}^L h_{nl}(x_n(t-\tau_{nl})) \\ & + \sum_{j=1}^m u_{f_j}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

که در رابطه (۲)،  $h_1, \dots, h_m$  و  $f_1, \dots, f_n$  توابع شناخته شده هموار،  $x_1, \dots, x_n$  حالت‌ها،  $u_f$  و  $y$  به ترتیب ورودی و خروجی سیستم هستند.  $\theta_{f_1}, \dots, \theta_{f_n}, \theta_{h_1}, \dots, \theta_{h_m}$  بردارهای پارامترهای ثابت ناشناخته شده هستند.

تاخیرها و  $L$  تعداد تاخیرهایی است که در هر مرحله رخ می‌دهد. به خاطر نامشخص بودن میزان عیوب عملگرها، ساختار کنترل کننده ایده آل برای جبران‌سازی به صورت رابطه (۳) است. البته این مقدار ورودی سیستم را اشیاع نکرده و سیستم را به مرز قفل شدگی و ناپایداری نمی‌برد ( $0 < \rho < 1$ ).

$$\begin{aligned} u_{f_j}(t) = & \rho_j \hat{k}_j u_o(t) \\ j = & 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3)$$

به عنوان یک موضوع قابل توجه، خروجی باید محدوده‌ی دلخواه خروجی‌ای همانند نامساوی زیر را ارضا کند:

$$\underline{k}_{c_i}(t) < y(t) < \bar{k}_{c_i}(t) \quad \forall t \geq 0 \quad (4)$$

هدف کنترلی در این پژوهش تحت کنترل تطبیقی، برای سیستم (۱) طراحی می‌شود به طوریکه خروجی  $y(t)$  در ضمن ارضای قیود مطرح شده برای سیستم، یک سیگنال مرجع مطلوب را دنبال کند. همچنین در راه تحقق این هدف، همه‌ی سیگنال‌ها کراندار خواهند بود.

لم ۱. برای همه  $I > |\xi_c|$  و هر عدد صحیح مثبت  $p$  نامساوی (۵) برقرار است.

$$\log 1/(1 - \xi_c 2p) < \xi_c 2p/(1 - \xi_c 2p) \quad (5)$$

### ۳- طراحی کنترل کننده تطبیقی با به کارگیری کنترل بر پایه BLF

کاندید ترم‌های تابع لیاپانوف برای سیستم‌های مرتبه اول، به صورت معادله (۶) طراحی شده‌اند که با تطبیق پارامترهای پاسخ گذرا، اقلان قیود و جبران‌سازی اثرات عیب به صورت همزمان، ردیابی خروجی نامتقارن مطلوب را تضمین کرده و اثرات تاخیر را برطرف سازند. انتخاب تابع لیاپانوف بر اساس [۱۸] و [۳۸] انجام شده است.

$$V_i(t) = V_{z_i}(t) + V_{U_i}(t) + V_{\theta_i}(t) \quad i=1, \dots, n-1. \quad (6)$$

$$V_n(t) = V_{z_n}(t) + V_{U_n}(t) + V_{\theta_n}(t) + V_k(t) \quad (7)$$

ترم‌های تابع لیاپانوف درجه دو بوده که نتیجتاً مثبت هستند و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$V_{z_i}(t) = \frac{1}{2p} \log \frac{1}{1 - \xi_c 2p} \quad (8)$$

$$V_{z_i}(t) = \frac{1}{2} z_i^2(t) \quad i=2, \dots, n \quad (9)$$

و تابع  $C$  به صورت زیر است.

$$c_{s_i} = \frac{[2(n-i)+1]!}{\lambda_{b_i}^{2(n-i)+1} [(n-i)!]^2} \quad (31)$$

مقادیر  $\lambda_{a_i}, \lambda_{b_i} > 0$  و  $i$  است.  $s_i(x) \in C^{n-i}$  بوده و به مقدار ۱ کراندار است. بنابراین کنترل کننده میانی به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$\alpha_1 = s_1(z_1) [j [(-\hat{\theta}_1 \varphi_1 - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L h_{1l}^T(x_1(t))) \quad (32)$$

$h_{1l}(x_1(t)) - (k_1 + \bar{k}_1(t)z_1 - \dot{y}_d)]$  و قانون تطبیق به صورت زیر ارائه می شود که  $\sigma_1$  برای مقاوم سازی قانون تطبیق به کار می رود.

$$\hat{\theta}_1 = s_1(z_1) \Gamma_1 (\varphi_1 - \sigma_1 \hat{\theta}_1) \quad (33)$$

برای وضوح بیشتر نواحی زیر را در نظر می گیریم.

$$\text{Region1: } \{z_1 \in \mathbb{R} \mid |z_1| \geq \lambda_{a_1} + \lambda_{b_1}\} \quad (34)$$

$$\text{Region2: } \{z_1 \in \mathbb{R} \mid \lambda_{a_1} < |z_1| < \lambda_{a_1} + \lambda_{b_1}\}$$

$$\text{Region3: } \{z_1 \in \mathbb{R} \mid |z_1| \leq \lambda_{a_1}\}$$

**حالت اول:** برای ناحیه اول  $s_1(z_1) = 1$ . با جایگذاری قوانین کنترل

و تطبیق، مشتق لیاپانوف به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$\dot{V}_1(t) \leq \frac{-k_1 \xi^{2p}}{1 - \xi^{2p}} + (\frac{1}{j})z_2 - \sigma_1 \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 - \gamma_1 V_{U_1} \quad (35)$$

در این ناحیه مشتق لیاپانوف به  $z_2$  وابسته است. بنابراین کران داری  $V_1$  در مرحله بعد ثابت می شود زمانیکه کران داری  $z_2$  ثابت شود.  $\dot{V}_1(t)$  با استفاده از (36) و (37) بازنویسی می شود.

$$-\sigma_1 \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 \leq \frac{-1}{2} \sigma_1 \|\tilde{\theta}_1\|^2 + \frac{1}{2} \sigma_1 \|\theta_1\|^2 \quad (36)$$

$$\dot{V}_1(t) \leq -c_1 V_{z_1} - c_2 V_{U_1} - c_3 V_{\theta_1} + \frac{1}{2} z_2^2 + \mu_1 \quad (37)$$

$$\dot{V}_1(t) \leq -C_1 V_1(t) + \mu_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (38)$$

که پارامترهای ارائه شده به صورت زیر هستند.

$$\begin{aligned} c_1 &= k_1 \\ c_2 &= \gamma_1 \\ c_3 &= \sigma_1 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\mu_1 = \frac{\sigma_1}{2} \|\theta_1\|^2$$

$$C_1 = \min\{c_1, c_2, c_3\}$$

همان طور که بیان شد، مشتق لیاپانوف منفی شده و خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک حول مبدا همگرا می شود.

**حالت دوم:** برای ناحیه دوم،  $z_1$  کران دار است. همچنین، کران داری  $z_1$

می تواند کران داری تمام زیرسیستم های قبلی که پایداری آن ها به پایداری  $z_1$  وابسته است را اثبات کند. در این ناحیه،  $z_1$  کراندار بوده و

$s_1(z_1) \in (0, 1)$ . پس با توجه به تعریف خطا  $(z_1 = x_1 - y_d)$ ،

$x_1$  کراندار بوده و تمام ترم های تابع لیاپانوف کراندار خواهند بود.

بنابراین،  $V_1(t)$  کراندار است.

برای کاهش پیچیدگی روابط دو پارامتر زیر تعریف می شوند:

$$M_1 = \frac{\xi_b^{2p-1}}{k_{b_1} (1 - \xi_b^{2p})} \quad (21)$$

$$M_2 = \frac{\xi_a^{2p-1}}{k_{a_1} (1 - \xi_a^{2p})} \quad (22)$$

با استفاده از نامساوی یانگ و با توجه به برقرار بودن رابطه ی زیر مشتق لیاپانوف تعیین می شود:

$$z_1(t) \theta_1^T H_1(t) \leq \frac{1}{2} z_1^2(t) \theta_1^T \theta_1 + \frac{1}{2} H_1^T(t) H_1(t) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \theta_1^T \varphi_1 + q M_1 (z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d - z_1 \frac{\dot{k}_{b_1}}{k_{b_1}}) \\ & + (1-q) M_2 (z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d - z_1 \frac{\dot{k}_{a_1}}{k_{a_1}}) + \end{aligned} \quad (24)$$

$$\tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \hat{\theta}_1 + \sum_{l=1}^L h_{1l}^T(x_1(t)) h_{1l}(x_1(t)) - \gamma_1 V_{U_1}$$

که توابع به کار گرفته شده به صورت زیر معرفی می شوند:

$$\theta_1 = [\theta_{f_1}^T, \sum_{l=1}^L \frac{e^{\gamma \tau}}{2} \theta_{h_l}^T \theta_{h_l}] \quad (25)$$

$$\varphi_1 = [q M_1 f_1 + (1-q) M_2 f_2, q^2 M_1^2 + (1-q)^2 M_2^2] \quad (26)$$

تابع میانی پایدار ساز بر اساس تطبیق بازگشتی به منظور میزان سازی، ایجاد و نگهداری ترم های مفید تابع لیاپانوف طراحی می شود. پس برای هر ثابت مثبت  $k_I$  و  $\beta$  تابع میانی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = j [(-\hat{\theta}_1^T \varphi_1 - \sum_{l=1}^L h_{1l}^T(x_1(t)) h_{1l}(x_1(t))) \\ + (-k_1 + \bar{k}_1(t)z_1 + \dot{y}_d)] \end{aligned} \quad (27)$$

که بهره ی متغیر با زمان برابر است با

$$\bar{k}_1(t) = \sqrt{(\frac{\dot{k}_{a_1}}{k_{a_1}})^2 + (\frac{\dot{k}_{b_1}}{k_{b_1}})^2 + \beta} \quad (28)$$

و تابع  $j$  نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$j = \frac{1}{q M_1 + (1-q) M_2} \quad (29)$$

در طراحی گام به عقب، توابع کنترل کننده میانی  $\alpha_i$  باید حداقل تا مرتبه  $(i-1)$  مشتق پذیر باشند. با استفاده از تابع  $s_i(x)$  که در لم ۲ معرفی شده است، کنترل کننده تا مرتبه  $n$  مشتق پذیر خواهد بود.

**لم ۲:** برای هر تابع  $s_i(x)$  داریم:

$$s_i(x) = \begin{cases} 1, & |x| \geq \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}, \\ c_{s_i} \int_{\lambda_{a_i}}^x [(\frac{\lambda_{b_i}}{2})^2 - (\sigma - \lambda_{a_i} - \frac{\lambda_{b_i}}{2})^2]^{n-i} d\sigma, & \lambda_{a_i} < x < \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}, \\ c_{s_i} \int_x^{-\lambda_{a_i}} [(\frac{\lambda_{b_i}}{2})^2 - (\sigma + \lambda_{a_i} + \frac{\lambda_{b_i}}{2})^2]^{n-i} d\sigma, & -(\lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}) < x < -\lambda_{a_i}, \\ 0 & |x| \leq \lambda_{a_i}, \end{cases} \quad (30)$$

**حالت سوم:** برای ناحیه سوم،  $z_i$  کران‌دار است. همچنین،

$s_1(z_1) = 0$ ،  $\hat{\theta}_1 = 0$ ،  $\alpha_1$  و  $\hat{\theta}$  مقداری ثابت خواهد بود. پس  $y_d$  هم کران‌دار بوده، پس  $x_i$  کران‌دار است و کران‌داری تابع لیاپانوف را نتیجه می‌دهد. به علت استفاده از روش پس‌گام و بر طبق سازوکار عملکرد این روش که مبتنی بر کنترل مرحله به مرحله سیستم است؛ باید انتخاب تابع لیاپانوف، تحلیل پایداری سیستم و طراحی کنترل-کننده برای هر مرحله جداگانه صورت پذیرد. روال تحلیل و طراحی برای انجام موارد ذکر شده در مورد مراحل دوم تا آخر سیستم تقریباً یکسان است. لذا شماره مراحل را با متغیر  $i$  نشان داده و تحلیل توصیف می‌شود. ضمناً تحلیل مرحله آخر به علت اهمیت و همچنین افزوده شدن اثر عیب، جداگانه بررسی خواهد شد.

#### گام i م:

فرض کنیم  $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$  که  $i = 1, 2, \dots, n$  و  $L$  تعداد خطاها در مرحله  $i$  ام باشد. پس رابطه‌ی کلی لیاپانوف به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$V_i = \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \int_{t-\tau_{il}}^t e^{-\gamma_{il}(t-\tau_l)} h_{il}^T(x_i(t)) h_{il}(x_i(t)) d\tau \quad (40)$$

با استفاده از نامساوی یانگ، مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{V}_i \leq \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} z_{i+1}^2 + z_i \alpha_i + z_i \theta_i^T \varphi_i - z_i \dot{\alpha}_{i-1} + \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i \dot{\hat{\theta}}_i + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L h_{il}^T(x_i(t)) h_{il}(x_i(t)) - \gamma V_{U_{il}} \quad (41)$$

که ماتریس‌های  $\theta_i$  و  $\varphi_i$  بکار گرفته شده به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\theta_i = [\theta_{f_i}^T, \sum_{l=1}^L \frac{e^{\gamma_{il} \tau_{il}}}{2} \theta_{h_{il}}^T \theta_{h_{il}}]^T \quad (42)$$

$$\varphi_i = [f_i(x_i), z_i]^T \quad (43)$$

تابع میانی پایدارساز بصورت زیر طراحی می‌شود:

$$\alpha_i = s_i(z_i) \left[ \frac{-1}{2} z_i - \hat{\theta}_i^T \varphi_i - \frac{1}{2 z_i} \sum_{l=1}^L h_{il}^T(x_i(t)) h_{il}(x_i(t)) + \dot{\alpha}_{i-1} - k_2 z_i \right] \quad (44)$$

با در نظر گرفتن قانون کنترل تطبیقی به صورت زیر:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = s_i(z_i) \Gamma_i (z_i \varphi_i - \sigma_i \hat{\theta}_i) \quad (45)$$

که  $\sigma_i$  پارامتر ثابت بوده و  $\Gamma_i > 0$  با جایگذاری قوانین پایدارساز در مشتق لیاپانوف، به صورت زیر خواهد شد.

$$\dot{V}_i(t) \leq \frac{1}{2} z_{i+1}^2 - \sigma_i \tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i - \gamma V_{U_i} \quad (46)$$

برای وضوح بیشتر نواحی زیر را در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Region 1: } & \{ z_i \in R \mid |z_i| \geq \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i} \} \\ \text{Region 2: } & \{ z_i \in R \mid \lambda_{a_i} < |z_i| < \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i} \} \\ \text{Region 3: } & \{ z_i \in R \mid |z_i| \leq \lambda_{a_i} \} \end{aligned} \quad (47)$$

**حالت اول:** برای ناحیه اول  $s_i(z_i) = 1$  و  $z_i$  به  $z_{i+1}$  وابسته است. که باید در تحلیل پایداری مورد بررسی قرار می‌گیرد، مشتق لیاپانوف به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\dot{V}_i \leq \frac{1}{2} z_{i+1}^2 - \sigma_i \tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i - \gamma V_{U_i} - z_i^2 \quad (48)$$

**حالت دوم:** برای ناحیه دوم،  $z_i$  کران‌دار است. همچنین، کرانداری  $z_i$  می‌تواند کرانداری تمام زیرسیستم‌های قبلی که پایداری آن‌ها به پایداری  $z_i$  وابسته است را اثبات کند.

**حالت سوم:** برای ناحیه سوم،  $s_i(x) = 0$  و تمام زیرسیستم‌هایی که پایداری آن‌ها به  $z_i$  وابسته اند نیز کراندار هستند. کرانداری  $V_{\theta_i}$  نیز اثبات می‌شود. تحلیل پایداری آن همانند آنچه در تحلیل گام قبل برای این ناحیه ذکر شد می‌باشد. پس مشتق لیاپانوف به صورت (47) و (48) خواهد بود.

$$\dot{V}_i(t) \leq -c_{i1} V_{z_i} - c_{i2} V_{U_i} - c_{i3} V_{\theta_i} + \frac{1}{2} z_i^2 + \mu_i \quad (49)$$

$$\dot{V}_i(t) \leq -C_i V_i(t) + \mu_i + \frac{1}{2} z_i^2 \quad (50)$$

و پارامترهای ارائه شده بصورت زیر معرفی می‌گردند.

$$c_{i1} = -1, \quad c_{i2} = \gamma_{i2}, \quad c_{i3} = \sigma_i$$

$$\mu_i = \frac{\sigma_i}{2} \|\theta_i^T\| \|\theta_i\|, \quad C_i = \min\{c_{i1}, c_{i2}, c_{i3}\}$$

#### گام n م:

رابطه‌ی کلی لیاپانوف به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$V_n = \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n \tilde{\theta}_n + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \int_{t-\tau_n}^t e^{-\gamma_n(t-\tau_l)} h_{nl}^T(x_n(t)) h_{nl}(x_n(t)) d\tau + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \tilde{k}_j^T \Gamma_j^{-1} \tilde{k}_j^T \rho_j \quad (51)$$

که  $\tilde{k}_j$  پارامتر ثابت می‌باشد. با استفاده از نامساوی یانگ، مشتق لیاپانوف بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & z_n u_o + z_n \theta_n^T \varphi_n - z_n \dot{\alpha}_{n-1} + \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n \dot{\hat{\theta}}_n \\ & + \sum_{l=1}^L \frac{1}{2} h_{nl}^T(x_n(t)) h_{nl}(x_n(t)) - \gamma V_{U_n} \end{aligned} \quad (52)$$

$$+ \sum_{i=1}^m \rho_i \tilde{k}_i^T \Gamma_i^{-1} \hat{k}_i + z_n \left[ \sum_{i=1}^m \rho_i \hat{k}_i^T v_o + \bar{u}_i \right]$$

که ماتریس‌های  $\theta_n$  و  $\varphi_n$  از روابط زیر بدست می‌آیند.

$$\theta_n = [\theta_{f_n}^T, \sum_{l=1}^L \frac{e^{\gamma_{nl} \tau_{nl}}}{2} \theta_{h_{nl}}^T \theta_{h_{nl}}]^T \quad (53)$$

$$\varphi_n = [f_n(x_n), z_n]^T \quad (54)$$

بر مبنای کنترل تطبیقی گام به عقب، قانون کنترل به صورت زیر بدست می‌آید:

**حالت سوم:** برای ناحیه سوم،  $s_n(z_n)=0$  و  $Z_n$  کراندار است. پس توابع لیاپانوف کراندار بوده و قوانین تطبیق در باند محدودی، ثابت نگه داشته می‌شوند. پس  $V_n(t)$  کراندار است.

**تئوری ۱:** برای سیستم غیرخطی فیدبک اکید که در (۱) معرفی شده است، و با در نظر گرفتن قوانین تطبیق، تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته به صورت کلی کراندار هستند.

$z_i$  و تمام زیرسیستم‌هایی که پایداری آن‌ها به  $z_i$  وابسته‌اند نیز کراندار هستند. کرانداری  $V_{\theta_i}$  نیز اثبات می‌شود. تحلیل پایداری آن همانند آنچه در تحلیل گام قبل برای این ناحیه ذکر شد است.

**اثبات:**

تابع لیاپانوف بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n V_i \quad (۶۴)$$

که  $V_i$  ها در (6)، (38) و (49) معرفی شدند.

**حالت اول:** برای  $|z_i| \geq \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}$ ،  $s_i(z_i) = 1$ . براساس موارد قبل، رابطه کلی مشتق تابع لیاپانوف بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{V} \leq \left[ \frac{-k_1 \xi^{2p}}{1 - \xi^{2p}} + \left(\frac{1}{j}\right) z_2 \right] + c' V_z + \mu + \sum_{i=1}^n \gamma_i V_{U_i} \quad (۶۵)$$

که می‌تواند به فرم زیر نیز نوشته شود.

$$\dot{V}(t) \leq -C_1 V_z - C_2 V_{U_1} - C_3 V_{\theta_1} + \mu \quad (۶۶)$$

بنابراین داریم:

$$\dot{V}(t) \leq -CV(t) + \mu \quad (۶۷)$$

و پارامترهای ارائه شده بصورت زیر معرفی می‌شوند.

$$C = \min\{C_i, i = 1, \dots, n\} \quad (۶۸)$$

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \|\theta_i^T\| \|\theta_i\| + \mu_k$$

بنابراین تابع لیاپانوف و تمامی سیگنال‌های حلقه بسته کراندار خواهند بود.

**حالت دوم:** برای  $\lambda_{a_i} < |z_i| < \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}$ ، تمام  $z_i$  ها کراندارند. بنابراین، تمام ترم‌های تابع لیاپانوف نیز کراندار خواهند بود. پس،  $V(t)$  کراندار است.

**حالت سوم:** برای  $|z_i| \leq \lambda_{a_i}$ ،  $s_i(z_i) = 0$ . تمام سیگنال‌های  $z_i$  کراندارند. همچنین به دلیل آنکه قوانین تطبیق صفر هستند، تمامی پارامترهای تطبیق یافته در باند مشخصی ثابت نگه داشته می‌شوند. بنابراین،  $V(t)$  کراندار است و تمام سیگنال‌های حلقه بسته کراندار خواهند بود.

$$u_o = s_n(z_n) \left[ -\hat{\theta}_n^T \varphi_n - \frac{1}{2z_n} \sum_{l=1}^L h_{nl}^T \right] \quad (۵۵)$$

که قوانین تطبیق به صورت (56) و (57) انتخاب می‌شوند.

$$\hat{\theta}_n = s_n(z_n) \Gamma_n (z_n \varphi_n - \sigma_n \hat{\theta}_n) \quad (۵۶)$$

$$\hat{k}_i = \sum_{i=1}^m \Gamma_i (-z_n u_o - B_i \hat{k}_i) \quad (۵۷)$$

پس مشتق لیاپانوف بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & z_n u_o + z_n \theta_n^T \varphi_n - z_n \dot{\alpha}_{n-1} + \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n \dot{\theta}_n + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L h_{nl}^T(x_n(t)) h_{nl}(x_n(t)) - \gamma V_{U_n} + \end{aligned} \quad (۵۸)$$

$$\sum_{i=1}^m \rho_i \tilde{k}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\hat{k}}_i + z_n \left[ \sum_{i=1}^m \rho_i \hat{k}_i^T v_o \bar{u}_i \right]$$

براساس تابع لیاپانوف معرفی شده،  $\dot{V}_n(t)$  بصورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) \leq & -c_{n1} V_{z_n} - c_{n2} V_{U_n} - c_{n3} V_{\theta_n} \\ & - c_{n4} V_k + \frac{1}{2} z_n^2 + \mu_n + \mu_{k'} + \mu_{k''} \end{aligned} \quad (۵۹)$$

بصورت خلاصه تر  $\dot{V}_n(t)$  برابر است با:

$$\dot{V}_n(t) \leq -C_n V_n(t) + \mu_n + \mu_{k'} + \mu_{k''} + \frac{1}{2} z_n^2$$

و پارامترهای ارائه شده بصورت زیر معرفی می‌شوند.

$$\begin{aligned} c_{n1} = -1, \quad c_{n2} = \gamma_{n2}, \quad c_{n3} = \sigma_n \\ C_n = \min\{c_{n1}, c_{n2}, c_{n3}\} \\ \mu_n = \frac{\sigma_n}{2} \|\theta_n^T\| \|\theta_n\| \end{aligned} \quad (۶۰)$$

$$\mu_k = \sum_{j=1}^m \frac{B'_j}{2} \|k_j^T\|^2$$

برای وضوح بیشتر نواحی زیر را در نظر می‌گیریم

$$\begin{aligned} \text{Region 1: } \{z_n \in \mathbb{R} \mid |z_n| \geq \lambda_{a_n} + \lambda_{b_n}\} \\ \text{Region 2: } \{z_n \in \mathbb{R} \mid \lambda_{a_n} < |z_n| < \lambda_{a_n} + \lambda_{b_n}\} \\ \text{Region 3: } \{z_n \in \mathbb{R} \mid |z_n| \leq \lambda_{a_n}\} \end{aligned} \quad (۶۱)$$

**حالت اول:** برای ناحیه اول  $s_n(z_n) = 1$ . پس قانون کنترل نامی بصورت زیر خواهد بود.

$$u_o = -z_n \hat{\theta}_n^T \varphi_n - \frac{1}{2z_n} \sum_{l=1}^L h_{nl}^T(x_n(t)) \quad (۶۲)$$

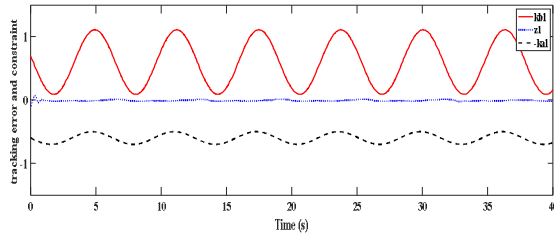
$$h_{nl}(x_n(t)) + \dot{\alpha}_{n-1}$$

قانون تطبیق بصورت زیر خواهد بود:

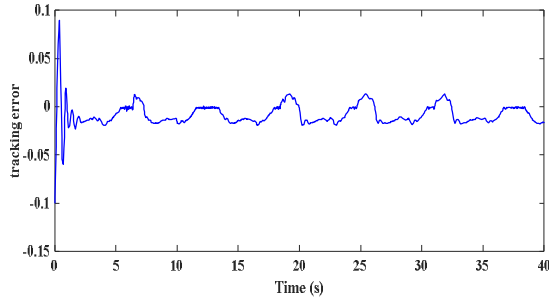
$$\hat{\theta}_n = \Gamma_n (z_n \varphi_n - \sigma_n \hat{\theta}_n) \quad (۶۳)$$

مشتق  $V_n$  کراندار خواهد بود.

**حالت دوم:** برای ناحیه دوم،  $Z_n$  کراندار است. پس همانند ناحیه قبل، تمام توابع لیاپانوف کراندارند. بنابراین،  $V_n(t)$  کراندار است.

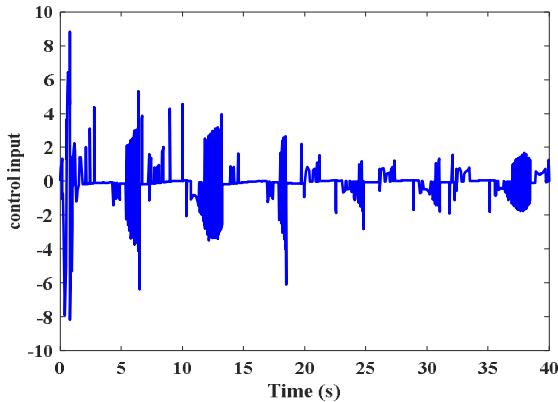


شکل (۲-الف): خطای ردیابی،  $k_{b1}(t)$  و  $-k_{a1}(t)$   
**Figure 2(a):** Tracking error,  $k_{b1}$  and  $-k_{a1}$



شکل (۲-ب): خطای ردیابی  
**Figure 2(b):** tracking error

شکل (۱)، خروجی سیستم را نشان می‌دهد که مقید به قیود  $\underline{k}_{c1}(t) < y(t) < \bar{k}_{c1}(t)$  است. در شکل (۲-الف)، خطای ردیابی نمایش داده شده است که بین مقادیر  $k_{b1}(t)$  و  $-k_{a1}(t)$  کران‌دار است. شکل (۲-ب) خطا را با جزئیات بهتر نمایش می‌دهد. شکل (۳)، نمایانگر ورودی کنترلی است.



شکل (۳): ورودی کنترلی  
**Figure 3:** Control input

شکل (۴) نشان دهنده حالت‌های سیستم بوده که توسط کنترل کننده رفتار مطلوب و پایداری داشته‌اند.

**حالت چهارم:** بعضی از  $z_i$  ها ناحیه اول را اقلان می‌کنند. درحالی‌که بقیه نواحی دوم و سوم را ارضا می‌کنند. برای  $|z_i| \geq \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}$ ، مسئله همانند حالت اول حل خواهد شد. برای  $\lambda_{a_i} < |z_i| < \lambda_{a_i} + \lambda_{b_i}$  و یا  $|z_i| \leq \lambda_{a_i}$ ، سیگنال‌های  $z_i$  کراندار هستند. از این جهت، تمام سیگنال‌های پیشین که پایداری آن‌ها به پایداری  $z_i$  وابسته بود نیز، کراندارند. بنابراین، ثابت می‌شود که  $V_i(t)$  کراندار است و تمام سیگنال‌های حلقه بسته کراندار خواهند بود.

## ۵- نتایج شبیه سازی

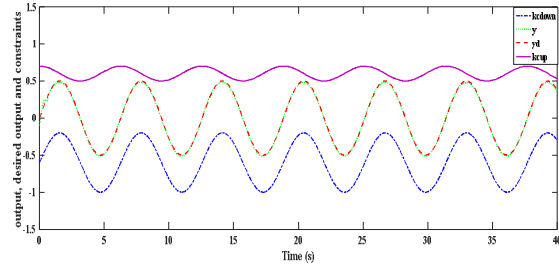
سیستم مطالعه و شبیه‌سازی شده پژوهش حاضر به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\dot{x}_1 = \theta_{f1} x_1^2 + x_2 + \theta_{h1} x_1(t - \tau_1) \quad (69)$$

$$\dot{x}_2 = -0.2 x_1 + 0.5 x_2(t - \tau_2) + u_f$$

$$y = x_1 \quad (70)$$

در سیستم فوق  $x_1, x_2$  حالت‌های سیستم،  $u$  و  $y$  به ترتیب ورودی و خروجی سیستم هستند. مقادیر تاخیر،  $\tau_1 = 2s$  و  $\tau_2 = 4s$  در نظر گرفته می‌شوند.



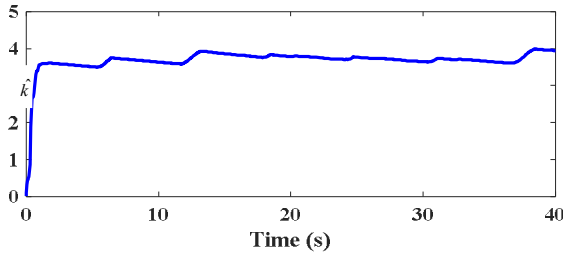
شکل (۱): خروجی و قیود سیستم

**Figure 1:** Output, desired trajectories and its constraints.

هدف کنترلی، ردیابی یک خروجی مطلوب است. در مورد این مسئله، خروجی مطلوب به صورت  $y_d = 0.5 \sin t$  در نظر گرفته می‌شود. خروجی سیستم باید قیود  $\underline{k}_{c1}(t) = -0.6 + 0.4 \sin(t)$  و  $\bar{k}_{c1}(t) = 0.6 + 0.1 \cos(t)$  را ارضا نمایند. شرایط اولیه برای حالت‌ها،  $x(0) = (-1, 1)$  فرض می‌شوند. ثابت‌های در نظر گرفته شده عبارتند از:  $k_1 = k_2 = 1$ . هدف کنترلی ردیابی سیگنال هدف مطلوب با امکان وجود عیب است. مدل عیب در نظر گرفته شده در این شبیه سازی بصورت زیر است.

$$u_f(t) = \begin{cases} u_f & t \leq 20 \\ 0.5u_f & t > 20 \end{cases} \quad (71)$$





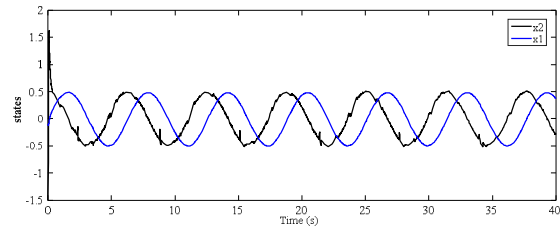
شکل (۶):  $\hat{k}$   
Figure 6:  $\hat{k}$

#### ۵- نتیجه گیری

این مقاله یک رویکرد کنترل تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی فیدبک اکید تاخیردار مقید به قیود نامتقارن خروجی ارائه می‌دهد. برای ارضای قیود خروجی، تابع مانع لیاپانوف نامتقارن متغیر با زمان به کار گرفته شده است. خروجی سیستم قادر است تا خروجی مطلوب را ردیابی کند در حالیکه حالت‌ها می‌توانند از هر شرایط اولیه ای آغاز شوند. روش طراحی گام به عقب می‌تواند کران‌داری تمام سیگنال‌های حلقه بسته را اثبات و تضمین کند. نتایج شبیه‌سازی کارایی رویکرد بکار گرفته شده را نشان می‌دهد.

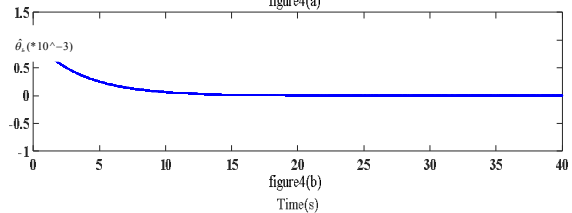
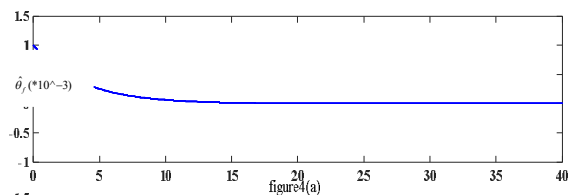
#### زیر نویس‌ها:

1. model predictive controller
2. explicit model predictive control
3. barrier Lyapanov function
4. linear matrix inequality
5. loss of effectiveness
6. Takagi- Sugeno



شکل (۴): حالت‌های سیستم  
Figure 4: States of system

شکل‌های (۵-الف) و (۵-ب) به ترتیب نمایش دهنده تخمین پارامترهای سیستم و تابع تاخیر هستند. شکل (۶). تخمین پارامتر نامعین جبران‌ساز عیب را نشان می‌دهد.



شکل (۵-الف و ۵-ب):  $\hat{\theta}_{f_1}$ ,  $\hat{\theta}_{h_1}$   
Figure 5:  $\hat{\theta}_{f_1}$  and  $\hat{\theta}_{h_1}$

#### References

- [1] S. Torabi, A. Bahrami, M. Sabahi, "Overhead reduction in cooperative spectrum sensing via sequential detection in cognitive radio networks under bandwidth constraint", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 5, no. 19, pp. 11-16., Autumn 2014 (in Persian).
- [2] S. E. Razavi, P. Poursoltani, N. Pariz, "Optimal observer path planning in tracking two targets using side angle measurements", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, Vol. 10, No. 38, pp. 33-42, Summer 2019.
- [3] S. Saberian-Borojeni, "Fuzzy second order sliding mode speed observer for a synchronous reluctance motor with predictive control", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 4, no. 13, pp. 45-52, winter 2013 (in Persian).
- [4] M. Hashemi, G. Shahgholian, "Distributed robust adaptive control of high order nonlinear multi agent systems", ISA Trans., Vol. 74, pp. 14-27, March 2018 (doi:10.1016/j.isatra.2018.01.023).
- [5] A. Casavola, E. Mosca, D. Angeli, "Robust command governors for constrained linear systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 45, No. 11, pp. 2071-2077, Nov. 2000 (doi:10.1109/9.887628).
- [6] M. A. Mohammadkhani, F. Bayat, A. A. Jalali, "Design of explicit model predictive control for constrained linear systems with disturbances", International Journal of Control, Automation and Systems, Vol. 12, No. 2, pp. 294-301, April 2014 (doi:10.1007/s12555-013-0058-0).
- [7] E. G. Gilbert, K. T. Tan, "Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 36, No. 9, pp. 1008-1020, Sep. 1991 (doi:10.1109/9.83532).
- [8] A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, E. N. Pistikopoulos, "The explicit linear quadratic regulator for constrained systems", Automatica, Vol. 38, No. 1, pp. 3-20, Jan. 2002 (doi:10.1016/S0005-1098(01)00174-1).

- [9] J. A. Primbs, C. H. Sung, "Stochastic receding horizon control of constrained linear systems with state and control multiplicative noise", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 54, No. 2, pp. 221-230, Feb. 2009 (doi:10.1109/TAC.2008.2010886).
- [10] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, P. O. Scokaert, "Constrained model predictive control: Stability and optimality" *Automatica*, Vol. 36, No. 6, pp. 789-814, June 2000 (doi:10.1016/S0005-1098(99)00214-9).
- [11] K. D. Do, "Control of nonlinear systems with output tracking error constraints and its application to magnetic bearings", *International Journal of Control*, Vol. 83, pp. 1199-1216, May 2010 (doi: 10.1080/00207171003664828).
- [12] W. Meng, Q. Yang, J. Si, Y. Sun, "Consensus control of nonlinear multiagent systems with time-varying state constraints", *IEEE Trans. on cybernetics*, Vol. 47, No. 8, pp. 2110-2120, Aug. 2017 (doi:10.1109/TCYB.2016.2629268).
- [13] D. Liu, X. Yang, D. Wang, Q. Wei, "Reinforcement-learning-based robust controller design for continuous-time uncertain nonlinear systems subject to input constraints", *IEEE Trans. on Cybernetics*, Vol. 45, No. 7, pp. 1372-1385, July 2015 (doi:10.1109/TCYB.2015.2417170).
- [14] L. Zhang, C. Hua, H. Yu, X. Guan, "Distributed adaptive fuzzy containment control of stochastic pure-feedback nonlinear multiagent systems with local quantized controller and tracking constraint", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 40, No. 4, April 2019 (doi:10.1109/TSMC.2017.2701344).
- [15] W. He, H. Huang, S. S. Ge, "Adaptive neural network control of a robotic manipulator with time-varying output constraints", *IEEE Trans. on Cybernetics*, Vol. 47, No. 10, pp. 3136-3147, Oct. 2017 (doi:10.1109/TCYB.2017.2711961).
- [16] Y.-J. Liu, S. Lu, S. Tong, "Neural network controller design for an uncertain robot with time-varying output constraint", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 47, No. 8, Aug. 2017 (doi:10.1109/TSMC.2016.2606159).
- [17] K. P. Tee, S. S. Ge, E. H. Tay, "Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems", *Automatica*, Vol. 45, No. 4, pp. 918-927, April 2009 (doi:10.1016/j.automatica.2008.11.017).
- [18] K. P. Tee, B. Ren, S. S. Ge, "Control of nonlinear systems with time-varying output constraints", *Automatica*, Vol. 47, No. 11, pp. 2511-2516, Nov. 2011 (doi:10.1016/j.automatica.2011.08.044).
- [19] G. Shahgholian, A. Movahedi, "Modeling and controller design using ANFIS method for non-linear liquid level system", *International Journal of Information and Electronics Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 271-275, Nov. 2011 (doi:10.7763/IJEE.2011.V1.43).
- [20] E. Fridman, U. Shaked, "A descriptor system approach to  $H_{\infty}$ /control of linear time-delay systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 47, No. 2, pp. 253-270, Feb. 2002 (doi:10.1109/9.983353).
- [21] L. Yu, J. Chu, "An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems", *Automatica*, Vol. 35, No. 6, pp. 1155-1159, June 1999 (doi:10.1016/S0005-1098(99)00007-2).
- [22] D.-H. Zhai, Y. Xia, "Adaptive control for teleoperation system with varying time delays and input saturation constraints", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 63, No. 11, pp. 6921-6929, 2016 (doi:10.1109/TIE.2016.2583199).
- [23] Y.-Y. Cao, P. M. Frank, "Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 200-211, April 2000 (doi:10.1109/91.842153).
- [24] Li, Da-Peng, et al. "Approximation-based adaptive neural tracking control of nonlinear MIMO unknown time-varying delay systems with full state constraints", *IEEE Trans. on Cybernetics*, Vol. 47, No. 10, pp. 3100-3109, Oct. 2017 (doi:10.1109/TCYB.2017.2707178).
- [25] K. Gu, "An integral inequality in the stability problem of time-delay systems", *Proceeding of the IEEE/CDC*, pp. 2805-2810, Sydney, NSW, Australia, Dec. 2000 (doi: 10.1109/CDC.2000.914233).
- [26] L. Xie, E. Fridman, U. Shaked, "Robust  $H_{\infty}$ /control of distributed delay systems with application to combustion control", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 46, No. 12, pp. 1930-1935, Dec. 2001 (doi:10.1109/9.975483).
- [27] S.-I. Niculescu, " $H_{\infty}$ /memoryless control with an  $\alpha$ -stability constraint for time-delay systems: an LMI approach", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 43, No. 5, pp. 739-743, May 1998 (doi:10.1109/9.668850).
- [28] E. Aghadavoodi, G. Shahgholian, "A new practical feed-forward cascade analyze for close loop identification of combustion control loop system through RANFIS and NARX", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 133, pp. 381-395, March 2018 (doi: 10.1016/j.applthermaleng.2018.01.075).
- [29] M. Taslimi, A. Chatraei, M. Hosseini, "A robust neuro-adaptive control of three link scara robot with mass uncertainty", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, Vol. 4, No. 15, pp. 11-18, Sep. 2013.
- [30] R. Aarthi, R. A. Natarajan, "An integrated fault detection and diagnosis using kaman filter and eigen structure assignment-application to three tank system", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 704, pp. 252-256, 2015 (doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.704.252).
- [31] J. Chen, W. Zhang, Y.-Y. Cao, "Robust reliable feedback controller design against actuator faults for linear parameter-varying systems in finite-frequency domain", *IET Control Theory and Applications*, Vol. 9, No. 10, pp. 1595-1607, June 2015 (doi:10.1049/iet-cta.2014.1308).

- [32] J. Chen, W. Zhang, Y.-Y. Cao, H. Chu, "Observer-based consensus control against actuator faults for linear parameter-varying multiagent systems", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 47, No. 7, pp. 1336-1347, July 2017 (doi:10.1109/TSMC.2016.2587300).
- [33] C. Deng, G.-H. Yang, "Cooperative adaptive output regulation for linear multi-agent systems with actuator faults", *IET Control Theory and Applications*, Vol. 11, No. 14, pp. 2396-2402, Sep. 2017 (doi:10.1049/iet-cta.2016.1571).
- [34] A. Fattollahi, "Simultaneous design and simulation of synergetic power system stabilizers and a thyristor-controller series capacitor in multi-machine power systems", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, vol. 8, no. 30, pp. 3-14, Summer 2017 (in Persian).
- [35] K. Shojaei, A. Chatraei, S. Nakhkoob, "Fuzzy adaptive control for trajectory tracking of autonomous underwater vehicle", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, Vol. 4, No. 16, pp. 51-58, Dec. 2014.
- [36] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, M. Staroswiecki, J. Schröder, *Diagnosis and fault-tolerant control* vol. 691: Springer, 2006.
- [37] I. Sadeghzadeh, A. Mehta, Y. Zhang, C.-A. Rabbath, "Fault-tolerant trajectory tracking control of a quadrotor helicopter using gain-scheduled PID and model reference adaptive control", *Proceeding of the ACPHMS*, Aug. 2011.
- [38] M. Hashemi, "Adaptive neural dynamic surface control of MIMO nonlinear time delay systems with time-varying actuator faults", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 31, No. 2, pp. 275-296, 2017 (doi:10.1002/acs.2715).
- [39] C. Wen, Y. Zhang, Y. C. Soh, "Robustness of an adaptive backstepping controller without modification", *Systems and Control Letters*, Vol. 36, No. 2, pp. 87-100, Feb. 1999 (doi:10.1016/S0167-6911(98)00081-4).
- [40] M. Hashemi, J. Askari, J. Ghaisari, "Adaptive actuator fault compensation for a class of MIMO nonlinear time delay systems", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 79, pp. 865-883, 2015 (doi: 10.1007/s11071-014-1708-3).
- [41] M. Hashemi, J. Askari, J. Ghaisari, "Adaptive control of uncertain nonlinear time delay systems in the presence of actuator faults and applications to chemical reactor systems", *European Journal of Control*, Vol. 29, pp. 62-73, May 2016 (doi:10.1016/j.ejcon.2016.03.002).
- [42] S. Yin, H. Yang, H. Gao, J. Qiu, O. Kaynak, "An adaptive NN-based approach for fault-tolerant control of nonlinear time-varying delay systems with unmodeled dynamics", *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, Vol. 28, No. 8, pp. 1902-1913, Aug. 2017 (doi:10.1109/TNNLS.2016.2558195).
- [43] H. Li, Y. Gao, L. Wu, H.-K. Lam, "Fault detection for TS fuzzy time-delay systems: delta operator and input-output methods", *IEEE Trans. on Cybernetics*, Vol. 45, No. 2, pp. 229-241, Feb. 2015 (doi:10.1109/TCYB.2014.2323994).
- [44] S.-J. Huang, G.-H. Yang, "Fault tolerant controller design for t-s fuzzy systems with time-varying delay and actuator faults: a k-step fault-estimation approach", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 22, No. 6, pp. 1526-1540, Dec. 2014 (doi:10.1109/TFUZZ.2014.2298053).
- [45] E. Hosseini, E. Aghadavoodi, G. Shahgholian, H. Mahdavi-Nasab, "Intelligent pitch angle control based on gain-scheduled recurrent ANFIS", *Journal of Renewable Energy and Environment*, Vol. 6, No. 1, pp. 36-45, 2019.